

نام و نام خانوادگی: سوالات امتحان درس: حسابان (۲) پایه: دوازدهم رشته: ریاضی		باسمه تعالی مدیریت آموزش و پرورش ناحیه ۴ قم دبیرستان غیردولتی هدی (دوره دوم) آزمون نوبت اول سال تحصیلی ۱۴۰۰ - ۱۴۰۱ تعداد صفحه: ۴ تعداد سوال: ۱۷		تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۰/۱۹ مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه نام دبیر: خانم فرایی																
تاریخ تصحیح: ۱۴۰۰ / / نمره: با عدد () نمره با حروف: () امضای دبیر: ()																				
ردیف	شرح سوالات				بارم															
۱	جاهای خالی را با عبارتهای مناسب پر کنید. (الف) اگر f تابعی صعودی و g تابعی نزولی باشد، آنگاه تابع $f \circ g$ است. (۲/۲۵) (ب) دامنه تابع $y = \tan x$ برابر و برد آن است. (۲/۲۵) (ج) تابع در یک بازه هم صعودی و هم نزولی است. (۲/۲۵) (د) باقیمانده تقسیم چند جمله‌ای $2x^3 - x^2 + 2$ بر $2x - 1$ برابر است با (۲/۲۵)				۱/۲۵															
۲	کدام یک از عبارتهای زیر درست و کدام نادرست است؟ (الف) می‌توان بازه‌ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی است. $\times$ (۲/۲۵) (ب) $1 = (\text{صفر مطلق}) (\text{صفر حدی})$ ✓ (۲/۲۵) (ج) اگر تابع f در یک فاصله صعودی باشد اکیداً صعودی نیز خواهد بود. $\times$ (۲/۲۵)				۰/۷۵															
۳	نمودار تابع زیر را رسم کنید. سپس بازه‌هایی را که در آنها تابع صعودی - نزولی یا ثابت است را مشخص کنید. $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \geq -1 \\ -2 & x < -1 \end{cases}$ بازه صعودی: $(-\infty, +\infty)$ (۲/۲۵) بازه نزولی: $[-1, 0]$ (۲/۲۵) ثابت: $(-\infty, -1)$ (۲/۲۵)				۱/۲۵															
۴	با توجه به نمودار تابع $y = 2f(2x - 3) + 1$ را رسم کنید. (۱) <table><tr><td>x</td><td>-3</td><td>-1</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>y</td><td>0</td><td>2</td><td>-1</td><td>0</td></tr><tr><td></td><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td></tr></table> $\frac{x+3}{2} \quad (2x-3)+1$				x	-3	-1	1	3	y	0	2	-1	0		A	B	C	D	۱
x	-3	-1	1	3																
y	0	2	-1	0																
	A	B	C	D																

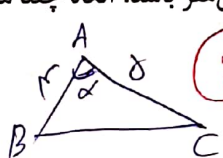
۵	مقدار k را طوری به دست آورید که باقیمانده تقسیم $P(x) = x^2 - 2kx - 3$ بر $x - 2$ برابر یک باشد.	۱
۶	اگر $\frac{1}{64} \leq \frac{1}{4}x - 2 \leq \frac{1}{4}$ حدود x را به دست آورید.	۱
۷	چند جمله‌ای $x^6 - 1$ را با عامل $(x - 1)$ تجزیه کنید.	۰.۷۵
۸	دوره تناوب، ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 7 \sin(\pi x) + 2$ را به دست آورید.	۰.۷۵
۹	مثلثی با مساحت $5\sqrt{3}$ سانتی متر مربع مفروض است. اگر اندازه دو ضلع مثلث ۴ و ۵ سانتی متر باشد، آنگاه چند مثلث با این خاصیت‌ها می‌توان ساخت؟	۱
۱۰	ضابطه مربوط به نمودار زیر را بنویسید.	۱

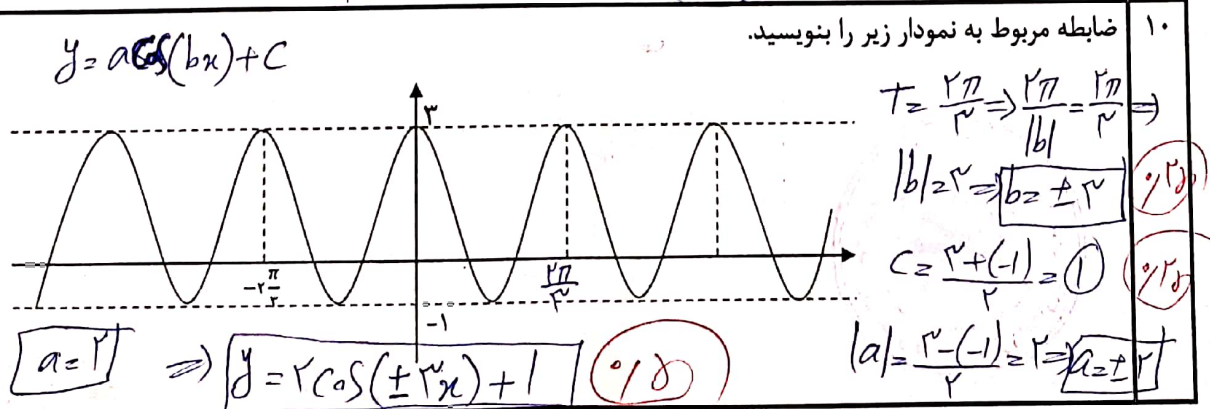
$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$ (۰.۲۵)
 $2^2 - 2k(2) - 3 = 1 \Rightarrow 1 - 2k - 3 = 1 \Rightarrow -2k = -1 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$ (۰.۷۵)

$(\frac{1}{4})^{\frac{1}{4}} \leq (\frac{1}{4})^{\frac{1}{4}} \Rightarrow 2^{n-2} \geq 4 \Rightarrow 2^n \geq 8 \Rightarrow n \geq \frac{\log 8}{\log 2}$ (۰.۲۵)
 $n \geq 3$ (۰.۲۵)

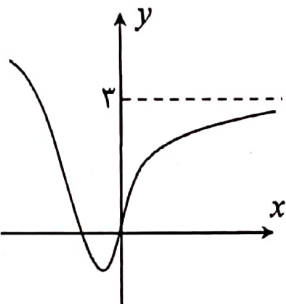
$x^6 - 1 = (x - 1)(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$ (۰.۲۵)

$T = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \Rightarrow T = 2$ (۰.۲۵)
 $\max = |7| + 2 = 9$ (۰.۲۵) $\min = -|7| + 2 = -5$ (۰.۲۵)

مثلثی با مساحت $5\sqrt{3}$ سانتی متر مربع مفروض است. اگر اندازه دو ضلع مثلث ۴ و ۵ سانتی متر باشد، آنگاه چند مثلث با این خاصیت‌ها می‌توان ساخت؟

 $S_{\Delta} = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 \times \sin \alpha \Rightarrow 10 \sin \alpha = 5\sqrt{3} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (۰.۲۵)
 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \sin(\frac{\pi}{3})$ (۰.۲۵)
 $\alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3} = 60^\circ$ (۰.۲۵)
 $\alpha = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ$ (۰.۲۵)



۲/۵	معادله‌های مثلثاتی زیر را حل کنید. ۱۱ الف) $\cos^2 x - 2\cos x + 2 = 0 \Rightarrow a+b+c=0 \Rightarrow \cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi$ (۱/۵) $\cos x = \frac{c}{a} = \frac{2}{1} = 2 \Rightarrow \cos x = 2$ غلط ب) $\tan\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \tan x \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{2} = k\pi + x \Rightarrow 2x - x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ (۱/۵) ج) $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \frac{1}{2} \sin(2x) = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin(2x) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow$ $\begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$ (۱)
۳/۲۵	حدود زیر را محاسبه کنید. ۱۲ الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{2}{3}} \frac{[x] - 5}{ 3x - 2 } = \lim_{x \rightarrow \frac{2}{3}^+} \frac{\left[\frac{2}{3}\right] - 5}{\left 3\left(\frac{2}{3}\right) - 2\right } = \frac{0 - 5}{0^+} = \frac{-5}{0^+} = -\infty$ (۱/۵) $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{2}{3}^-} \frac{[x] - 5}{ 3x - 2 } = -\infty$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x - 1}{\sin x} = \frac{2(0) - 1}{\sin 0} = \frac{-1}{0^-} = -\infty$ (۱/۵) ج) $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x + 1}{x^2 + 2x + 1} = \frac{0}{0}$ پس $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{(x+1)}{(x+1)^2} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{0^-} = -\infty$ (۱/۵) د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^5 + 2x^2 - 1}{5x^5 + x^2 + 7} = \frac{-2x^5}{5x^5} = -\frac{2}{5}$ (۱/۵) ه) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 7x}{2x^5 + 10} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{2x^5} = \frac{1}{2(+\infty)} = \frac{1}{\infty} = 0$ (۱/۵) و) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^5 + 2x^2 - 1}{2x^2 + 3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^5}{2x^2} = \frac{-3}{2}(-\infty) = \frac{-3}{2}(-\infty) = +\infty$ (۱/۵)
۱	نمودار تابعی رسم کنید که دامنه آن $R - \{-2, 2\}$ بوده و دارای دو مجانب قائم باشد. ۱۳ هر نمودار صحیح رسم شده قابل قبول است. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty$ (۱/۵)

۱۴	۰/۷۵	مجانبه‌های قائم و افقی نمودار تابع $y = \frac{x+2}{x^2-1}$ را به دست آورید. (نمودار را رسم کنید) مجانبه افقی: $y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = \frac{1}{\pm\infty} = 0 \Rightarrow y=0$
۱۵	۰/۷۵	اگر $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^2 - 5x}{2x^n - 3x + 2} = \frac{1}{6}$ مقدار n و a را به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax^2}{2x^n} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{1}{6} \Rightarrow 4a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$
۱۶	۰/۵	با توجه به نمودار زیر حدود خواسته شده را بنویسید. الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ 
۱۷	۱/۵	اگر $f(x) = -5x^2 + 4x + 1$، $f'(1)$ را به دست آورید و معادله خط مماس بر منحنی f در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر آن را بنویسید. $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \Rightarrow f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(-5(1+h)^2 + 4(1+h) + 1) - (-5 + 4 + 1)}{h}$ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{-5(1+2h+h^2) + 4(1+h) + 1 - (-5 + 4 + 1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-5 - 10h - 5h^2 + 4 + 4h + 1 - (-5 + 4 + 1)}{h}$ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{-8 - 6h - 5h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-8h - 6h^2 - 5h^3}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(-8 - 6h - 5h^2)}{h} = -8 - 6(0) - 5(0) = -8$ $x=1 \Rightarrow y=0 \Rightarrow A=(1,0)$ $m=-4$ $y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 0 = -4(x - 1) \Rightarrow y = -4x + 4$

موفق و سربلند باشید.